

УДК: 514.113.6; 519-7

ББК 22

**История изучения элементарных тел вращения как одно из средств формирования познавательного интереса при изучении темы «Тела вращения»**

**Микацадзе Юлия Александровна**

Магистрант, 1 курс, МПМ-17, факультет физико-математического и технологического образования, Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н.Ульянова

г. Ульяновск, Россия

Научный руководитель: **Череватенко Ольга Ивановна**, к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики, Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н.Ульянова.

**Аннотация.** По теме «Тела вращения», которые изучаются в школе, собран довольно скудный исторический материал, который отражал бы изучение каждого из элементарных тел вращения в отдельности. В данной работе проведена систематизация исторического материала по теме и выделены характерные этапы изучения каждого тела, а именно, цилиндра, конуса и шара во времена становления геометрии как науки. Также представлены интересные факты об элементарных телах вращения и их основное применение в различных областях науки и жизнедеятельности как в древности, так и в настоящее время. По теме составлен пример элективного курса, в котором используется исторический материал, в качестве одного из средств реализации прикладной направленности обучения геометрии.

*Ключевые слова:* тела вращения, цилиндр, конус, шар, история изучения тел вращения.

**1. Введение.**

Начальные сведения о телах вращения и их свойствах относят к тому времени, когда геометрия только зарождалась как будущая математическая наука. За несколько сотен лет до нашей эры земледельцы пытались вычислить количество собранного урожая по размерам куч и ёмкостей, где он хранился. Для астрономических наблюдений необходимо было изучать свойства самого шара и его частей.

В современности тела вращения нашли своё применение в различных областях науки. Например:

- Физика: луч света имеет форму конуса, вращательное движение тел;
- Химия: определение геометрии молекул и длин связи в них;
- Астрономия: некоторые объекты космического мира имеют форму тел вращения.

Также тела вращения широко применяются в жизни. Например:

- Архитектура: здания, напоминающие по форме тела вращения;
- Промышленность: создание различных деталей машин, имеющих форму фигур вращения;
- Безопасность жизнедеятельности: использование понятия «конус безопасности» для установки громоотвода;
- Быт: сосуды и емкости, имеющие форму фигур вращения.

Несмотря на такую широту областей применения, изучению тел вращения в школе на уроках геометрии отводится небольшое количество времени. Это связано с тем, что темы, которые необходимо изучить в 10-11 классах, очень обширны, а часов на изучении геометрии отводится совсем немного.

В школьных учебниках по геометрии теоретический материал на тему «Тела вращения» очень невелик. Задач на эту тему предлагается совсем немного. Основные тела вращения, которые изучаются в школе – это цилиндр, шар и конус.

Появляется необходимость заострения внимания на том, чего нет в школьных учебниках. Знакомство с данными вопросами дает возможность студенту, школьнику познать всю необычность тел и поверхностей вращения. Также, в экзаменационных вариантах единого государственного экзамена (ЕГЭ) содержатся вопросы, которые связаны с фигурами вращения, и чтобы решить их, нужно знать теоретический материал. Для лучшего понимания темы необходимо знать историю их появления, изучения и развития. Как говорил Олдом Хаскли: «Люди не учатся на ошибках истории и это является самым главным уроком истории». Такую же аналогию можно провести и с историей математики, а именно, не зная истории появления и развития тех или иных математических идей, можно легко допустить ошибку, которая давно была исправлена. Всё, что сказано выше, указывает на актуальность данной темы исследования и позволяет сформулировать цель работы.

Цель работы: изучить историю цилиндра, конуса, шара и её применение при подготовке к урокам по данной теме.

Объект исследования: цилиндр, конус, шар.

Предмет исследования: история изучения цилиндра, конуса, шара и её применение при подготовке к урокам по данной теме.

## **2. Цилиндр.**

Почти каждый человек знает, как выглядит цилиндр. Слово цилиндр произошло от древнегреческого слова κύλινδρος, что в переводе означает валик, каток.

В настоящее время форму цилиндров имеет головной убор, который имеет такое же название. Одним из наиболее интересных фактов об этом теле вращения являются «Цилиндры фараона». Они представляют собой два загадочных предмета, изображенных в руках некоторых древнеегипетских изваяний. Специалисты-египтологи не могут прийти к единому мнению о происхождении данных предметов. Один неизвестный автор утверждал, что цилиндры служили для фараонов и жрецов предметами для укрепления жизненных сил и общения с богами. По результатам исследований, оказалось,

что Цилиндры фараона обладают широчайшим спектром благотворного воздействия на организм человека [3].

Не менее интересно то, как влияет современный образ жизни на фигуру человека. Британский профессор Филипп Трелевэн говорит, что из-за сидячей работы и некачественной пищи тело человека постепенно начинает приобретать форму цилиндра, так как грудь находится на 10 см выше, а бедра на 15 см ниже, чем десять лет назад.

С цилиндром люди знакомы с глубокой древности. Основной практической потребностью стала задача вычисления объёмов, которая и была тогда одним из стимулов развития геометрии. В математике Древнего Востока, в частности в Вавилонии и Египте, был известен ряд правил для вычисления объёмов, чаще всего эмпирических. Один древнеегипетский писец Ахмес написал папирус (1800 год до н.э.), который представляет собой собрание решений 84 задач, имеющих прикладной характер. Одними из таких задач как раз и были задачи по определению объема цилиндрических силосов для хранения зерна. Также Ахмес хотел узнать площадь круга, лежащего в основании цилиндра, что привело к определению числа  $\pi$  [1].

Далее греческая математика помогла освободить теорию вычисления объёмов от приближенных эмпирических правил. Еще в школе Платона изучались свойства призмы, пирамиды, цилиндра и конуса.

Важную роль в систематизации в определенной последовательности и изложении сведений о геометрии сыграл математик Евклид. Ему принадлежит труд «Начала», который содержит 15 книг, 13 из которых написаны Евклидом. В этом труде геометрия излагается так, как она известна и теперь под названием евклидовой геометрии. В 12-ой книге объемы пирамид и конусов сравниваются с объемами соответствующих призм и цилиндров. При доказательстве теоремы используется метод исчерпывания Евдокса [2].

В труде Архимеда «Метод» даётся решение задачи об объеме общей части пересекающихся цилиндров. Часть открытия этого принципа Архимед приписывает Демокриту.

### 3. Конус.

Конус – латинское слово заимствованное от древнегреческого слова κώνος, которое в переводе означает сосновая шишка.

Также как и о цилиндре, о конусе есть много интересных фактов. Во многих религиях и учениях это тело вращения имеет культовое значение. Имеется множество обрядов, в которых затрагиваются магические свойства конуса. Также название «Конусы» имеет и семейство хищных брюхоногих моллюсков. Яд некоторых видов, представленных в этом семействе, используют в фармакологии для изготовления сильнодействующих обезболивающих препаратов, которые не вызывают привыкания и, как следствие, наркотической зависимости.

Для обеспечения безопасности своего жилища и своей жизни от разрядов молний также могут помочь конусы. Они используются при установке громоотводов, с помощью которых образуется конус безопасности.

В геологии существует понятие «конус выноса». Это форма рельефа, которая образована скоплением обломочных пород, вынесенных горными реками на предгорную равнину или в более плоскую широкую долину.

В биологии есть понятие «конус нарастания». Это верхушка побега и корня растений, состоящая из клеток образовательной ткани.

История изучения конуса, также как и цилиндра, начинается с Древнего Востока и далее уходит в Древнюю Грецию. Евдокс Книдский дал строгое доказательство теорем, которые служат для вывода формулы объема конуса, используя метод исчерпывания.

В 11-ой книге «Начал» Евклида дается такое определение конуса: если вращающийся около одного из своих катетов прямоугольный треугольник слева вернется в то же самое положение, из которого он начал двигаться, то описанная фигура будет конусом. Евклид рассматривает только прямой их вид. В 12-ой книге «Начал» есть теоремы, относящиеся к конусам. Это теоремы об отношении объема конуса и объема соответствующего ему цилиндра, об

отношении объемов двух конусов с равными основаниями, о площадях оснований двух равновеликих конусов [2].

Аполлоний Пергский, ученик Евклида, занимался сечениями конуса и изложил теорию по этой теме в восьми книгах трудов «Конические сечения». Также в этих трудах введено понятие конической поверхности, которой у Евклида не было. Определение конической поверхности Аполлония воспроизведено в современных школьных учебниках с существенной заменой круга на любую линию, которая называется направляющей [1].

Далее Архимед в своем наиболее известном трактате «О шаре и цилиндре» доказывает теорему о площади боковой поверхности равнобедренного (то есть прямого кругового) конуса [2].

#### **4. Шар.**

Под шаром принято понимать тело, которое ограничено сферой, то есть считается, что шар и сфера разные геометрические тела. Однако оба этих слова происходят от одного и того же греческого слова «сфайра», что в переводе означает мяч. При этом появление слова «шар» обусловлено переходом согласных сф в ш.

В настоящее время шаром называют сокращенно словосочетание «воздушный шар». Причем это словосочетание имеет два значения: средство передвижения и игрушка.

В древности и сфера и шар всегда были в большом почёте. Астрономические наблюдения над небесным сводом вызывали образ сферы. Пифагорейцы в своих в какой-то степени мистических рассуждениях утверждали, что сферические небесные тела располагаются друг от друга на расстоянии пропорциональном интервалам музыкальной гаммы. В этом усматривались элементы мировой гармонии. Отсюда пошло выражение «музыка сферы». По мнению Аристотеля, шарообразная форма, как наиболее совершенная, свойственна Солнцу, Земле, Луне и всем мировым телам. Также он полагал, что Землю окружает ряд концентрических сфер. Сфера и шар всегда широко применялись в различных областях науки и техники.

Мяч, глобус и сфера являются символами будущего. На уровне эмблем они же являются знаками промысла, проведения, вечности, власти и могущества коронованных особ.

Каменное полушарие сферы воплощается в ступах, связанных с местом бодхисаттв в Индии. В Индонезии они приобрели форму колокола с каменным шпилем наверху и называются дагобы.

В золотой глобус дева вливает алхимический дистиллят в алхимической свадьбе Христиана Розенкрейца.

Человек, который несёт над собой шар, символизирует несущего все тяготы мира. Таким образом этот знак интерпретирует философ Елена Рерих [4].

История изучения этих геометрических тел также берет свое начало в древневосточных странах и продолжается в Древней Греции. Успехи пифагорейцев в стереометрии были значительными. Они занимались изучением свойств шара. Однако они не смогли обосновать утверждения, относящиеся к объемам тел (пирамиды, конуса, цилиндра и шара), хотя эти утверждения были установлены эмпирически много веков раньше.

В трактате «О коноидах и сфероидах» Архимедом рассматриваются шар, эллипсоид, параболоид и гиперболоид вращения, их сегменты и определяется их объемы. А в своём трактате «Измерение круга» Архимед предлагает метод определения числа  $\pi$ .

Всего до нас дошло 13 трактатов Архимеда. В наиболее знаменитом «О шаре и цилиндре» Архимедом устанавливается такое соотношение: площадь поверхности шара в 4 раза больше площади наибольшего его сечения; формулируется соотношение объемов шара и описанного около него цилиндра как 2:3. Этим открытием Архимед дорожил больше всего. В своём завещании он попросил поставить на своей могиле памятник с изображением цилиндра с вписанным в него шаром и надписью расчета. Через полтора века этот памятник видел Цицерон. В этом же трактате Архимедом была

сформулирована аксиома Архимеда, которая также иногда называется аксиомой Евдокса, играющая важную роль в современной математике [1].

В 11 книге «Начал» Евклидом определяется шар как фигура, описанная вращающимся около неподвижного диаметра полукругом [2].

Греческий математик Эратосфен подсчитал длину окружности земного шара. Он первый известный ученый определивший, что наша Земля имеет форму шара. И произвел достаточно точные расчеты длины окружности Земли по меридиану.

### **5. Тела вращения. Учебная рабочая программа элективного курса для учащихся 10-11 классов**

Цель: усвоение, углубление и расширение математических знаний.

Задачи:

1. Способствовать развитию интереса к математике, повышению математической культуры учащихся;
2. Способствовать развитию пространственного мышления школьников, интеллектуальных и творческих умений учащихся;
3. Продолжить развитие способностей учащихся к математической деятельности;
4. Приобщение к истории математики как части общечеловеческой культуры;
5. Овладение определенным уровнем математической культуры;
6. Научить учащихся видению объемных фигур, видимых и невидимых линий, изображению объемных фигур на плоскости;
7. Научить проектированию разверток тел вращения;
8. Продолжить развивать умение работы с математической литературой;

Пояснительная записка.

Данный курс ориентирован на учащихся 10-11 классов, поскольку в программах этих лет содержится теория по теме «Тела вращения». Некоторые элементарные тела вращения, такие как, например, шар, цилиндр, рассматриваются еще в начальной школе на пропедевтическом уровне. Далее

они снова появляются в 5-6 классах. Но основное изучение этой темы проводится в 10-11 классах.

Актуальность данного курса заключается в том, что одной из основных проблем стереометрии являются слабо развитое пространственное мышление школьников и неумение изображать пространственные фигуры на плоскости правильно.

Данный курс знакомит учащихся с историей развития тел вращения, которая либо отсутствует в большинстве школьных учебников по геометрии, либо присутствует в достаточно скудном количестве. Изучение истории развития математических понятий может способствовать повышению интереса к изучению математики. Также в данном курсе рассматриваются вопросы изображения объемных фигур на плоскости, построения разверток тел вращения, изготовления реальных объемных заготовок тел вращения из картона, решение задач по данной теме.

Преподавание строится как углубленное изучение вопросов, предусмотренных программой основного курса. Углубление реализуется на базе изучения истории развития тел вращения, разверток фигур на плоскости и последующем изготовлении заготовок, соответствующих телам вращения, изображения объемных фигур на плоскости. В процессе работы возможно перераспределение часов в зависимости от уровня подготовки учащихся.

Требования к уровню усвоения учебного материала:

В результате изучения программы элективного курса учащиеся получают возможность знать, понимать:

1. Определение тел вращения;
2. Основные свойства тел вращения;
3. История развития тел вращения;
4. Правила изображения тел вращения на плоскости.

Уметь:

1. Строить развертки различных тел вращения;
2. Применять свойства тел вращения для решения практических задач;

3. Правильно изображать тела вращения на плоскости.

Содержание курса:

1. Введение (1 ч). Цели и задачи элективного курса. Вопросы, рассматриваемые курсе, его структура. Знакомство литературой, темами творческих работ. Требования, предъявляемые участникам курса.
2. История развития и основные понятия, связанные с телами вращения (4 ч). История развития понятий конус, цилиндр, шар (сфера). Плоскостное изображение тел вращения.
3. Построение разверток (2 ч). Развертка тела. У каких тел есть развертка, а у каких нет. Развертка конуса, цилиндра. Изображение ее на плоскости. Построение объемных моделей тел вращения с помощью их разверток.
4. Решение задач (3 ч). Задачи ЕГЭ (базовый и профильный уровни), связанные с телами вращения. Некоторые олимпиадные задачи.
5. Итоговое занятие (1 ч).

#### Учебно-тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов
1	Введение.	1
	<b>История развития и основные понятия, связанные с телами вращения</b>	<b>4</b>
2	История изучения геометрического тела конус и его свойства.	1
3	История изучения геометрического тела цилиндр и его свойства.	1
4	История изучения геометрического тела шар и его свойства.	1
5	Плоскостное изображение цилиндра, конуса и шара.	1
	<b>Построение разверток</b>	<b>3</b>
6	Развертки цилиндра, конуса и шара.	1
7	Моделирование тел вращения, используя их развертки.	2
	<b>Решение задач</b>	<b>5</b>

11	Решение задач ЕГЭ (базовый уровень).	<b>1</b>
12	Решение задач ЕГЭ (Профильный уровень).	<b>2</b>
13	Решение некоторых олимпиадных задач.	<b>2</b>
	<b>Итоговое занятие</b>	<b>1</b>
	<b>Итого:</b>	<b>14</b>

Литература:

1. Александров А.Д. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни [Текст] / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2014. – 255 с.
2. Атанасян, Л.С. Геометрия. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч. Ч. 2 [Текст] / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.
3. Готман, Э.Г. Стереометрические задачи и методы их решения [Текст] / Э.Г. Готман. – М.: МЦНМО, 2006. – 160 с.
4. Калинин, А.Ю. Геометрия. 10–11 классы. – Новое изд., испр. и доп. [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терёшин. – М.: МЦНМО, 2011. – 640 с.
5. Оболенский, А.Ю. Лекции по аналитической геометрии: Учебно-методическое пособие [Текст] / А.Ю. Оболенский, И.А. Оболенский. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 216 с.
6. Понарин, Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т.2: Стереометрия, преобразования пространства [Текст] / Я.П. Понарин. – М.: МЦНМО, 2006. – 256 с.
7. Потоскуев, Е.В. Геометрия. 11 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений с углубл. и профильным изучением математики [Текст] / Е.В. Потоскуев, Л.И. Званич. – М.: Дрофа, 2004. – 368 с.
8. Хрестоматия по истории математики. Арифметика и алгебра. Теория чисел. Геометрия. Пособие для студентов физ.мат. фак. пед. ин-тов. [Текст] / под ред. А. П. Юшкевича. – М.: Просвещение, 1976. – 318 с.

## **6. Заключение.**

На протяжении всей истории человечества тела вращения восхищали совершенством форм и широтой областей, в которых их можно применять. Данная тема расширяет интересы в области геометрии, позволяет узнать о том, что геометрические фигуры встречаются и окружают нас в повседневной жизни. К примеру, архитектор, прежде чем начать строительство какого-либо сооружения, содержащего элементы тел вращения, должен создать проект и сделать все расчеты, чтобы результат был хорошим.

История математики важна, также как и история России и мира в целом. Рассматривая её с разных сторон, можно понять, что с одной стороны – это часть истории науки, поскольку нельзя мыслить развитие математики отдельно от практической части науки в целом; с другой стороны – это дисциплина, которая изучает саму математику, рассматриваемую в историческом измерении. Для того, чтобы понять важность тех или иных математических идей, необходимо понять, какой путь пройден от зарождения и появления этой идеи до настоящего времени.

В настоящей работе был проведен анализ литературы по истории изучения цилиндра, конуса и шара, написан пример элективного курса с применением истории изучения тел вращения на уроках геометрии.

Таким образом, цель, сформулированная в начале работы, была достигнута.

### **Список литературы:**

1. Хрестоматия по истории математики / под ред. А. П. Юшкевича. – М. : Просвещение, 1977. – 224 с
2. Кокурин Ю.К. Курс лекций по истории математики. Владимир: ВлГУ, 2014. – 184 с.
3. Ковтун В.П. Тайна цилиндров фараона. Древние секреты исцеления. М.: Современное слово, 2006. 288 с.
4. Primeinfo – интересные факты.  
URL: <http://primeinfo.com.ua/shar.html#ixzz4xhBKjw4m>