

УДК 538.935

ББК 22.333

Электропроводность тонких плёнок

Алтунин Константин Константинович,

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики и технических дисциплин, Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова,

г. Ульяновск, Россия

Аннотация. Решена задача расчёта электропроводности тонких плёнок в магнитном поле. Численно исследованы зависимости относительной электропроводности плёнки от значений приведённых параметров толщины плёнки и величины магнитного поля. Показано, что возможен случай, когда сильно сказывается квантово-размерный эффект.

Ключевые слова: тонкая плёнка, электропроводность, магнитное поле, квантово-размерный эффект.

1. Введение

Изучение электропроводности полупроводников [1-16] является важной научно-технической задачей, поскольку для описания работы подавляющего большинства микроэлектронных приборов и устройств необходимо знание электропроводности, и связанных с ней величин. Важную область исследования при рассмотрении электропроводности полупроводников составляет теоретическая проблема отыскания электропроводности в различных полях [5-8]: электрическом, магнитном, скрещенном электрическом и магнитном полях и другие. Очень широкую область применения тематики работы видится в совершенствовании конструкции различных датчиков [3-6], работающих в различных полях или использующих явление электропроводности в полупроводниках или в средах, в которых проявляются полупроводниковые свойства. Наиболее перспективными в данном

направлении являются эффект Холла, эффект Гаусса [6-7] и квантовый эффект Холла [5-9].

В квазиклассической теории явлений переноса предполагается, что все изменения в системе и все приложенные потенциалы медленно меняются на расстояниях порядка межатомных, и применяется аппроксимация энергетических зон параболоми. Предполагается также, что возможно описать электронные состояния с помощью волновых пакетов. Образование волнового пакета сопровождается появлением неопределённости в энергии рассматриваемых частиц. Почти всегда в расчётах кинетических свойств вводится приближение времени релаксации и получается линейризованное уравнение Больцмана. Приближение времени релаксации весьма правдоподобно и подтверждается большим числом экспериментов; тем не менее, оно, конечно, не может быть справедливым во всех случаях. Следует также отметить, что применение линейризованного уравнения Больцмана связано с введением локальной плотности распределения, приводящее к появлению дополнительного ограничения для квазиклассической теории переноса.

Реальные кристаллы имеют одно неизбежное нарушение периодичности решётки, связанное с конечными размерами тел и наличием границ [3-4]. Рассмотрим, к каким изменениям спектра энергии приводит существование границ на одномерной модели потенциального поля. Поместим начало отсчёта координат на левой границе одномерного полубесконечного кристалла.

2. Время релаксации и механизмы рассеяния

Описание процессов рассеяния при помощи времени релаксации возможно, если при столкновении энергия носителей заряда мало изменяется и если процессы рассеяния приводят к случайному распределению скоростей [8-9, 14]. Время релаксации τ есть среднее время, в течение которого в системе существует неравновесное распределение носителей заряда после выключения внешних полей. Так как установление равновесного состояния происходит в результате столкновений и при этом достаточно нескольких соударений, то τ

может быть порядка времени свободного пробега электрона. С учётом этого длина свободного пробега определяется скоростью движения электрона и $\tau(\mathbf{k})$. Соударения могут быть упругими и неупругими. Соударения называются упругими, если кинетическая энергия сталкивающихся частиц сохраняется. Неупругие соударения - это соударения, в результате которых энергия частиц изменяется. Время релаксации для упругого соударения

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{k})} = \sum_{\mathbf{k}'} W(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \left(1 - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}'}{k^2} \right), \quad (1)$$

где $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ - вероятность в единицу времени перехода электрона из состояния \mathbf{k} в состояние \mathbf{k}' в результате рассеяния на каком-нибудь дефекте решётки. Функция $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ зависит от природы взаимодействия электронов с рассеивателем. Выражение (1) справедливо при выполнении трёх условий: малости отклонения от равновесия ($f_1 \ll f_0$), изотропности спектра $E(k_x, k_y, k_z) = E(k)$ и рассеяния, а также упругости рассеяния ($\mathbf{k} = \mathbf{k}'$). Тогда

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{k})} = \frac{1}{4\pi^3 V_B} \int W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 - \cos\theta) d\tau_{\mathbf{k}'}, \quad (2)$$

где V_B - объём зоны Бриллюэна, θ - угол отклонения электрона от первоначального направления движения в результате столкновения. Таким образом, при рассмотрении процессов переноса основной задачей является вычисление неравновесной функции распределения f_1 , с помощью которой можно рассчитать все величины, характеризующие кинетические эффекты, например, плотность электрического тока, тепловой поток, энергию. Эта задача решается, если известно $\tau(\mathbf{k})$, а, следовательно, необходимо знание механизма рассеяния носителей заряда. Рассеяние, приводящее к случайному распределению скоростей (то есть к такому, при котором носители заряда рассеиваются под углом 180°) приводит к тому, что электрон, рассеиваясь, попадает в \mathbf{k}' -состояние, которое находится возле того же минимума энергии, что и \mathbf{k} , но с противоположной скоростью. В этом случае имеем:

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{k})} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{V_B} W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') d\tau_{\mathbf{k}'} . \quad (3)$$

В простейшем случае, когда зона имеет параболическую форму ($E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}$ - для электронов, $E(\mathbf{k}) = -E_g - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p}$ - для дырок, где E_g - ширина запрещённой зоны) и движение носителей заряда описывается плоской волной ($\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = V^{-1/2} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$, где V - объём кристалла), время релаксации для всех упругих механизмов рассеяния сводится к следующей формуле:

$$\tau(\varepsilon) = \tau_{0r}(T) \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right)^{r-1/2}, \quad (4)$$

Значение параметра рассеяния r и среднего времени релаксации $\tau_{0r}(T)$ для различных механизмов рассеяния приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значения параметров для времени релаксации при различных механизмах упругого рассеяния.

Механизмы рассеяния	Параметр рассеяния r	$\tau_{0r}(T)$	A_{or}
Точечные дефекты (краткодействующий потенциал)	0	$\frac{\pi A^4}{m_n (2m_n k_0 T)^{1/2} U_0^2 N_d}$ $U_0 = const = \int U(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ объёмный интеграл потенциала.	$\frac{\pi}{\hbar} U_0^2 N_d,$ N_d - концентрация точечных дефектов
Акустические фононы (потенциал деформации)	0	$\frac{2\pi \hbar^4 \rho v_0^2}{E_1^2 (2m_n k_0 T)^{3/2}}$ E_1 - константа потенциала деформации, $\rho = \frac{MN}{V}$	$\frac{\pi E_1^2 k_0 T}{\hbar \rho v_0^2}$

		<p>плотность кристалла, N - число атомов примеси, V - объём кристалла, M - масса атомов примеси, v_0 - скорость звука в кристалле</p>	
<p>Неполярные оптические фононы. Высокие температуры ($k_0T \gg \hbar\omega_0$)</p>	0	$\frac{2}{\pi} \left(\frac{\hbar\omega_0}{E_0} \right)^2 \frac{\hbar^2 a^2 \rho}{(2m_n k_0 T)^{3/2}}$ <p>E_0 - константа оптического потенциала деформации, a - постоянная решётки</p>	$\pi^3 \hbar \left(\frac{E_0}{\hbar\omega_0} \right)^2 \frac{k_0 T}{\rho a^2}$
<p>Пьезоакустические фононы</p>	1	$\frac{2\pi \hbar^2 \chi}{\ell^2 \Pi_0^2} \left(\frac{2}{m_n k_0 T} \right)^{1/2},$ $\Pi_0^2 = \frac{E_{pz}^2}{\chi \rho v_0^2} \quad \text{- безразмерный коэффициент}$ <p>электромеханической связи; E_{pz} - пьезоэлектрическая константа</p>	$\frac{\pi \ell^2 k_0 T \Pi_0^2}{2 \hbar \chi}$
<p>Ионы примеси</p>	2	$\frac{\chi^2 (2m_n)^{1/2} (k_0 T)^{3/2}}{\pi \ell^4 N_i F_{np}(\varepsilon)},$ $F_{np}(\varepsilon) = \ln(1 + \beta) = \frac{\beta}{1 + \beta},$ $\beta = (2k_0 r_0)^2; \quad r_0 = \left(\frac{\chi k_0 T}{4\pi \ell^2 n} \right)^{1/2},$ $N_i = \frac{N}{V} \quad \text{- концентрация}$ <p>атомов примеси; r_0 - радиус экранировки</p>	$\frac{2\pi^3 N_i F_{np}(k)}{\hbar \chi^2}$

Полярные оптические фононы. Высокие температуры ($k_0T \gg \hbar\omega_0$)	1	$\frac{1}{2\alpha} \left(\frac{\hbar}{\omega_0 k_0 T} \right)^{1/2},$ $\omega_0 - \text{предельная частота,}$ $\alpha = \frac{\ell^2}{\chi \hbar} \left(\frac{m_n}{2\hbar\omega_0} \right)^{1/2}$	$\frac{2\pi^2 \ell^2 k_0 T}{\chi \hbar},$ $\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\chi_\infty} - \frac{1}{\chi_0}$
---	---	---	---

Видно, что $\tau_{or}(T)$ почти для всех механизмов рассеяния от энергии не зависит, а $\tau(\varepsilon)$ является степенной функцией энергии.

Вероятность рассеяния над параболической зоной при различных механизмах рассеяния $W(\varepsilon) \approx \varepsilon^{-r}$, а для непараболической зоны $W(\varepsilon) \approx k(\varepsilon)^{-2r}$.

При понижении температуры носители заряда вымораживаются и при достаточно низких температурах в полупроводнике с одним типом примесей число нейтральных атомов примеси становится больше числа ионизованных примесей. Рассеяние на нейтральных атомах примеси можно рассматривать как рассеяние медленных электронов с массой m_n на атоме водорода, погружённого в среду с диэлектрической проницаемостью χ . Согласно формуле Эрджинся τ для этого механизма не зависит от энергии электронов и имеет вид:

$$\tau = \frac{m_n \ell^2}{20 \hbar^3 \chi N_0}, \quad (5)$$

где N_0 - концентрация нейтральных атомов примеси $N_0 = N_0(T)$, то есть с понижением температуры N_0 резко возрастает.

При низких температурах ($k_0T \ll \hbar\omega_0$) в случае рассеяния на полярных и неполярных оптических фононах τ от энергии не зависит ($r=1/2$) и для параболической зоны даётся формулами соответственно:

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\rho a^2 \hbar^2 (\hbar\omega_0)^{1/2}}{E_0^2 m_n^{3/2}} \exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{k_0T}\right), \quad (6)$$

$$\tau = \frac{1}{2a\omega_0} \exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{k_0T}\right), \quad (7)$$

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{\chi_{\infty}} - \frac{1}{\chi_0}, \quad (8)$$

χ_{∞} и χ_0 - высокочастотная и статическая диэлектрические проницаемости кристалла, α - безразмерный параметр, введённый Фрелихом, который характеризует взаимодействие электрона проводимости с длинноволновыми продольными оптическими фононами в ионных кристаллах.

У одномерного кристалла, в элементарной ячейке которого находятся два атома, имеются две ветви колебаний; одна из них называется оптической частотой ω_1 , другая - акустической с частотой ω_2 .

В бесконечно длинной волне акустической ветви колебаний атомы движутся синхронно и в любой момент времени их отклонений от положения равновесия одинаковы, то есть ячейки смещаются как одно целое. Аналогичное положение имеет место при распространении упругих волн. Поэтому эта ветвь колебаний и была названа акустической. Таким образом, при малых значениях волнового вектора q акустическая ветвь колебаний соответствует обычным звуковым волнам и скорость их распространения равна скорости звука в кристалле, а $\omega_{ак} = v_{зв} q$.

В бесконечно длинной волне оптической ветви колебаний атомы ячейки смещаются в противоположных направлениях, они колеблются в противофазе, так что центр тяжести каждой пары атомов остаётся неподвижным. Если бы элементарную ячейку составляли ионы разного знака, то их колебания в противофазе привели бы к изменению электрического дипольного момента и, следовательно, к поглощению и испусканию инфракрасного излучения. Поэтому колебания этого типа и были названы оптическими;

$\omega_{он} \cong \omega_0 \left(1 - \frac{\gamma^2 a^2}{32} q^2 \right)$ - частота оптических колебаний; $\omega_{он}(q) = \omega_{он}(0) = \omega_0$ -

длинные волны; $\omega_{ак}(0) = 0$, $\gamma^2 = 4 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$; m_1 и m_2 - массы атомов. Учитывая,

что в полупроводниковом кристалле существуют линейные дислокации, запишем для данного механизма рассеяния τ :

$$\tau_d = \frac{3}{8R_d v N_d}, \quad (9)$$

где R_d - радиус, N_d - поверхностная плотность дислокаций, v - скорость носителей заряда. Таким образом, обобщая вышеизложенную теорию, можно сделать вывод, что время релаксации τ характеризует скорость восстановления равновесного состояния, то есть неравновесная функция $f(t, \mathbf{k})$ будет стремиться к равновесной $f_0(\mathbf{k})$.

В реальных условиях опыта могут одновременно играть роль несколько механизмов рассеяния. Считая, что все механизмы рассеяния действуют одновременно и независимо друг от друга найдём τ . Полная вероятность рассеяния равна сумме вероятностей рассеяния на каждом типе рассеивающих центров. Тогда полное время релаксации имеет вид:

$$\tau^{-1} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{V_B} \sum W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') (1 - \cos\theta) d\tau_k \quad (10)$$

или $\tau = \left(\sum_i \tau_i^{-1} \right)^{-1}$. Так как τ_i зависит от энергии, то и τ является функцией энергии, которую можно найти, подставив явное выражение $\tau_i(\varepsilon)$. Найдя $\tau(\varepsilon)$ и усреднив его, получим выражение для подвижности

$$\mu_d = \langle \mu \rangle = \frac{e \langle \tau \rangle}{m^*} = \frac{e}{m^*} \left\langle \frac{1}{\sum_i \tau_i^{-1}(\varepsilon)} \right\rangle. \quad (11)$$

3. Зависимость подвижности носителей заряда от температуры

Для определения подвижности носителей заряда необходимо знание среднего времени релаксации. Но на времени релаксации существенным образом сказывается механизм рассеяния, поэтому при столкновении носителей заряда с разными по природе дефектами кристаллической решётки подвижность по-разному будет зависеть от температуры.

При рассеянии носителей заряда в атомных полупроводниках на акустических колебаниях решётки время релаксации равно:

$$\tau(\mathbf{k}) = \frac{\tau_0}{m_n^{*3/2}} T^{-1} \varepsilon^{-1/2} \quad (12)$$

и

$$\mu(T) = \frac{4\ell}{3\sqrt{\pi}} \frac{\tau_0}{\sqrt{k_0} m_n^{*5/2}} T^{-3/2}, \quad (13)$$

τ_0 - постоянная времени релаксации, зависящая от параметра решётки, от скорости распространения звуковой волны. В данном случае рассматривается полупроводник n -типа. Подвижность можно выразить и через длину свободного пробега:

$$\mu(T) = \frac{4e\ell}{3(2\pi m_n^* k_0 T)^{1/2}}. \quad (14)$$

Таким образом, подвижность, обусловленная тепловыми колебаниями решётки, уменьшается с ростом температуры. Кроме того, величина подвижности обратно пропорциональна эффективной массе носителей заряда в степени $5/2$. Действительно, как показывает опыт, подвижность электронов больше подвижности дырок, а полупроводников с малой эффективной массой носителей подвижность опять большая.

Подвижность при рассеянии на ионах примеси запишется в виде:

$$\mu_i(T) = \frac{8\sqrt{2}\varepsilon^2 k_0^{3/2} T^{3/2}}{\pi^{3/2} z^2 e^4 m_n^{*1/2} N_i \ln \left[1 + \left(\frac{3\varepsilon k_0 T}{ze^2 N_i^{3/2}} \right)^2 \right]}, \quad (15)$$

N_i - концентрация примесей, ε - диэлектрическая проницаемость.

Если пренебречь логарифмической зависимостью подвижности от температуры, что можно сделать при достаточно высоких температурах, то

$$\mu_i = \mu_{0i} T^{3/2}. \quad (16)$$

Из формулы (16) следует, что подвижность электронов, обусловленная рассеянием на ионах примеси, уменьшается при уменьшении температуры. Это происходит потому, что с увеличением температуры кристалла возрастает тепловая скорость носителей заряда. Это приводит к ослаблению

взаимодействия носителей ионизированными атомами примеси, так как уменьшается длительность взаимодействия. Кроме того, при данной температуре подвижность уменьшается с увеличением концентрации примеси, которая увеличивает эффект рассеяния.

При рассеянии на нейтральной примеси, подвижность в явном виде не зависит от температуры:

$$\mu_A = \frac{e^3 m_n^*}{20\epsilon \hbar^3} \frac{1}{N_A}, \quad (17)$$

N_A - концентрация нейтральных центров.

При рассеянии носителей заряда на дислокациях подвижность имеет следующий вид:

$$\mu_D(T) = \frac{eT^{-1/2}}{2^{3/2} \pi^{1/2} m_n^{*1/2} R N_D}. \quad (18)$$

Дислокацию в полупроводнике электронного типа можно уподобить линейному отрицательному заряду в виде бесконечно длинного цилиндра радиусом R , вокруг которого имеется положительный пространственный заряд. Электроны, взаимодействуя с отрицательно заряженной дислокацией, испытывают отталкивание, что и приводит к рассеянию. N_D - плотность дислокаций на единицу поверхности.

Вклад различных механизмов рассеяния в суммарное время релаксации зависит от температуры кристалла. По мере изменения энергии носителей заряда роль одних механизмов рассеяния уменьшается, а роль других возрастает, поэтому характер движения носителей заряда под воздействием внешнего поля зависит от того, какой из механизмов рассеяния является преобладающим в данном интервале температур. При очень низких температурах можно учитывать только рассеяния на нейтральной примеси и дислокациях. С повышением температуры роль этих механизмов уменьшается по сравнению с рассеянием на ионах примеси. При высоких температурах доминирующим становится рассеяние фононах. Поэтому можно считать, что

подвижность носителей в зависимости от температуры будет определяться соотношением вида:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{m^*}{e} \sum_i \frac{1}{\tau_i} = aT^{3/2} + bT^{-3/2}, \quad (19)$$

где a и b - постоянные величины. Как следует из формулы (19), в атомных полупроводниках с ростом температуры подвижность возрастает пропорционально $T^{-3/2}$, если рассеяние происходит только на ионах примеси, затем проходит через максимум и уменьшается пропорционально $T^{3/2}$, если рассеивающими центрами являются акустические фононы. Учитывая зависимость подвижности и концентрации носителей заряда от температуры, электропроводность собственного полупроводника будет:

$$\sigma = e n_i \mu_n + e p_i \mu_p = AT^{\frac{3}{2}+p} \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0T}\right). \quad (20)$$

Множитель $T^{\frac{3}{2}+p}$ медленно меняется с температурой, тогда как множитель $\exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0T}\right)$ сильно зависит от температуры, если ширина запрещённой зоны $\Delta E_g \gg k_0T$. Следовательно, для не слишком высоких температур можно считать, что

$$AT^{\frac{3}{2}+p} = \sigma_0 = const, \quad (21)$$

p - показатель степени температурной зависимости подвижности. Тогда выражение (20) заменяется более простым:

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_g}{2k_0T}\right). \quad (22)$$

В примесном полупроводнике при достаточно высоких температурах проводимость полупроводника является собственной, а при низких - примесной. В области истощения примеси концентрация основных носителей остается постоянной, и проводимость меняется вследствие изменения подвижности с температурой.

В заключении запишем общий вид температурной зависимости удельной электропроводности

$$\sigma(T) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha}(T) \mu_{\alpha}(T), \quad (23)$$

где все обозначения стандартные.

4. Характерные параметры полупроводниковых плёнок и размерные эффекты

Если длина волны де-Бройля намного меньше каждого из трёх параметров, то есть

$$\lambda \ll r, \ell, d, \quad (24)$$

то теория носит классический характер [1]. Здесь использованы стандартные обозначения для теории переноса: $\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}}$ - длина волны де-Бройля, $\ell = v\tau$ - длина свободного пробега, $r = v/\omega_c$ - радиус циклотронной орбиты, d - размер образца. При этом если $d \gg \ell$, то взаимодействие носителей с границами образца можно пренебречь и все кинетические свойства проводника определяются рассеянием в объёме.

Когда нарушается неравенство (24) теория должна быть квантовой. В случае $\lambda \geq r$ магнитное поле является квантующим. Квантовомеханическое рассмотрение движения носителей тока в магнитном поле показывает, что их движение в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, квантуется, причём энергетическое расстояние между соседними дискретными уровнями (уровни Ландау) равно $\hbar\omega_c$. В магнитном поле, удовлетворяющем условию $\hbar\omega_c \ll k_0T$ или $\hbar\omega_c \ll E_F$, квантование спектра становится несущественным. Такие магнитные поля называются классическими или не квантующими магнитными полями. При достаточно сильных магнитных полях и низких температурах, то есть $\hbar\omega_c \geq k_0T$ или $\hbar\omega_c \geq E_F$ (или $\lambda \geq r$) дискретность спектра становится важной. Такие магнитные поля называются квантующими.

Широкое применение тонких плёнок в современной технике, а также наблюдение новых физических явлений, связанных с ограниченными

размерами образца, привели к их интенсивному исследованию. Эти новые явления, которые не имеют места в массивных образцах могут служить источником дополнительных сведений об основных физических свойствах кристалла: о структуре энергетических зон, о механизмах объёмного и поверхностного рассеяния носителей тока и т.д.

Понятие "тонкая плёнка" означает, что её толщина сравнима с величинами размерности длины, характерными для данного явления. Эффекты, возникающие в плёнках, разбиваются на две группы: квантовые и классические размерные эффекты. Первые из них имеют место, когда толщина плёнки становится порядка длины волны де-Бройля. Второй вид эффектов возникает, когда хотя бы один из параметров движения носителей заряда, имеющих размерность длины, становится порядка толщины пленки. Здесь будем рассматривать размерные эффекты только на длине свободного пробега по импульсу, то есть учтём влияние поверхностного рассеяния на явление переноса в полупроводниковых плёнках.

5. Кинетическое уравнение и граничные условия

Первая последовательная теория электропроводности в плёнках была предложена Фуком на основе модели свободного электронного газа с параболическим изотропным законом дисперсии при отсутствии магнитного поля. Зондгеймер [1-2] распространил теорию Фука на гальваномагнитные эффекты в поперечном магнитном поле и впервые предсказал осцилляции сопротивления в неквантующем магнитном поле. Работы учёных были обращены на случай рассеяния от двух поверхностей с разной зеркальностью.

В отличие от металлов размерный эффект в полупроводниках необходимо анализировать с учётом приповерхностного пространственного заряда, то есть изгиба энергетических зон. Этот эффект впервые учёл Шриффер.

В стационарном случае $\partial f / \partial t = 0$ кинетическое уравнение записывается в следующем виде [1]:

$$\mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} f - \frac{e}{\hbar} \left(\mathbf{E}_0 + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{H}] \right) \nabla_{\mathbf{k}} f = I(f),$$

где $I(f)$ - интеграл столкновений.

Когда размеры образца намного больше ℓ , то число носителей тока, взаимодействующих с поверхностью, намного меньше общего числа носителей, поэтому $I(f)$ определяется рассеянием на различных дефектах в объёме или на фононах. Если же размеры кристалла порядка ℓ , то взаимодействие носителей с поверхностью становится существенным и это учитывается в $I(f)$. Предполагая независимость рассеяния носителей в объёме и на поверхности, $I(f) = I_0(f) + I_s(f)$, где $I_0(f)$ и $I_s(f)$ есть интеграла столкновений, определяемые объёмным и поверхностным рассеянием, соответственно.

Интеграл столкновений, определяемый объёмным рассеянием определяется следующим образом

$$I_0(f) = -\frac{f_1}{\tau(E)} = -\frac{f - f_0}{\tau(E)},$$

где $f_1 = f - f_0$ - неравновесная поправка.

Поверхностное рассеяние учитывается с помощью граничных условий, полагаемых на функцию f . Впервые граничные условия были записаны Фуксом с помощью введения параметра зеркальности p , имеющего смысл: p показывает, что p -я часть электронов, падающих на поверхность, отражается зеркально, следовательно, $(1-p)$ -я часть рассеивается поверхностью диффузно, или p есть вероятность того, что электрон от поверхности отразится зеркально. При выполнении определённых условий, можно связать p с вероятностью перехода электрона из состояния $\mathbf{k}^-(k_x, k_y, -k_z)$ в состояние $\mathbf{k}^+(k_x, k_y, k_z)$ благодаря рассеянию на поверхностных дефектах, следующим образом:

$$p = 1 - \frac{1}{|\mathbf{V}_z^-|} \int d\mathbf{k}_1^+ W(\mathbf{k}^-, \mathbf{k}_1^+),$$

где рассеяние упругое.

Диффузно отражённая часть электронов описывается f_0 , а " \pm " относятся к электронам с $\mathbf{k}_z > 0$ и $\mathbf{k}_z < 0$, соответственно (где ось z направлена перпендикулярно плоскости плёнки, толщиной d). Полная функция распределения электронов в плёнке:

$$f(\mathbf{k}, z) = f_0(\mathbf{k}) + f_1(\mathbf{k}, z).$$

Запишем граничные условия являющиеся описанием поверхностного рассеяния:

$$\begin{aligned} f^+(0, \mathbf{k}_z) &= pf^-(0, -\mathbf{k}_z) + (1-p)f_0, \quad z = 0, \\ f^-(d, \mathbf{k}_z) &= pf^+(d, -\mathbf{k}_z) + (1-p)f_0, \quad z = d, \end{aligned} \quad (25)$$

для неравновесной функции при $p_1 = p_2$ имеем условия:

$$\begin{aligned} f_1^+(0, \mathbf{k}_z) &= pf_1^-(0, -\mathbf{k}_z), \quad z = 0, \\ f_1^-(d, \mathbf{k}_z) &= pf_1^+(d, -\mathbf{k}_z), \quad z = d, \end{aligned} \quad (26)$$

Граничные условия (25) и (26) предполагают, что значение p одинаково для обеих поверхностей. Однако практически трудно получить плёнку с идеально одинаковыми поверхностями. Обычно плёнка контактирует с изолирующей подложкой с одной стороны поверхности, с атмосферой или защитным слоем, с другой, и поэтому p будет различным, то есть p_1 и p_2 не равны. Лукае [1] обобщил граничные условия Фукса на случай $p_1 \neq p_2$ и вычислил проводимость без магнитного поля. Тогда граничные условия принимают вид:

$$\begin{aligned} f_1^+(0, \mathbf{k}_z) &= p_1 f_1^-(0, -\mathbf{k}_z), \quad z = 0, \\ f_1^-(d, \mathbf{k}_z) &= p_2 f_1^+(d, -\mathbf{k}_z), \quad z = d. \end{aligned} \quad (27)$$

6. Решение кинетического уравнения в полупроводниковых плёнках с изотропной зоной

Параметр зеркальности поверхности p является функцией энергии падающего электрона и угла падения $p = p(\mathbf{k})$:

$$\ell_y \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{e\tau(\mathbf{k})}{cm(\mathbf{k})} [\Phi \mathbf{H}] + \Phi = \Phi_0. \quad (28)$$

уравнение для функции $\Phi(\mathbf{k}, z)$ в случае плёнки, $\ell_y = \tau(\mathbf{k})v_z$. Уравнение (28)

отличается от предыдущих уравнений наличием $\ell_z \frac{\partial \Phi}{\partial z}$. Для решения уравнения (28) рассмотрим изотропный полупроводник в виде плоскопараллельной пластины, ограниченной по оси z , толщиной d . Вектор \mathbf{H} направим по оси z , то есть перпендикулярно поверхности плёнки. Получим систему уравнений для Φ_α :

$$\begin{aligned}\ell_z \frac{\partial \Phi_x}{\partial z} + \nu \Phi_y + \Phi_z &= \Phi_{0x}, \\ \ell_z \frac{\partial \Phi_y}{\partial z} - \nu \Phi_x + \Phi_y &= \Phi_{0y}, \\ \ell_z \frac{\partial \Phi_z}{\partial z} + \Phi_z &= \Phi_{0z},\end{aligned}\tag{29}$$

где $\nu = \omega_0 \tau = \left(\frac{eH}{mc} \right) \tau$. Решая эту систему уравнений с учётом граничных условий, можно найти $\Phi_\alpha(z)$:

$$\begin{aligned}\Phi_x^\pm &= \frac{1}{1+\nu^2} \left[(1 \mp A_{1,2}) \Phi_{0x} - (\nu \mp B_{1,2}) \Phi_{0y} \right], \\ \Phi_y^\pm &= \frac{1}{1+\nu^2} \left[(1 \mp A_{1,2}) \Phi_{0y} + (\nu \mp B_{1,2}) \Phi_{0x} \right], \\ \Phi_z^\pm &= \left[1 \mp \frac{\ell_z}{d} \varphi_{1,2}(0) \right] \Phi_{0z}.\end{aligned}\tag{30}$$

Выражения (30) являются усреднёнными решениями системы. Подставляя $\Phi_\alpha(z)$ в уравнение для компонент тока, можно найти плотность тока

$$j_i = -\frac{\ell}{3\pi^2} \int \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \frac{\tau(\varepsilon)}{m(\varepsilon)} \Phi_i(\varepsilon) k^3(\varepsilon) d\varepsilon$$

Причём введены следующие значения для коэффициентов:

$$\begin{aligned}A_{1,2} &= \frac{\ell_z}{d} \frac{\left[(1-\nu^2) \operatorname{Re} \varphi_{1,2}(\nu) - 2\nu \operatorname{Im} \varphi_{1,2}(\nu) \right]}{1+\nu^2}, \\ B_{1,2} &= \frac{\ell_z}{d} \frac{\left[2\nu \operatorname{Re} \varphi_{1,2}(\nu) + (1-\nu^2) \operatorname{Im} \varphi_{1,2}(\nu) \right]}{1+\nu^2},\end{aligned}$$

$$\varphi_{1,2}(\nu) = \frac{1 - p_{1,2} + p_{1,2}(1 - p_{2,1})\exp(\mp s_z)}{1 - p_1 p_2 \exp(\mp 2s_z)} [1 - \exp(\mp s_z)], \quad (31)$$

$$s_z = \frac{d}{\ell_z} (1 - i\nu).$$

Функции представляют собой решение кинетического уравнения в произвольном некантованном магнитном поле с произвольным изотропным законом дисперсии.

7. Общий вид тензоров проводимости в плёнках

Используя выражения (30) и (31), можно получить общее выражение для тензоров проводимости σ_{ik} :

$$\sigma_{ik} = e^2 n \left\langle \frac{\tau}{m} \frac{\nu^{k-i}}{1 + \nu^2} D_{ik} \right\rangle, \quad (32)$$

где введены следующие обозначения

$$D_{11} = 1 - \frac{3}{2\delta_F} \frac{[(1 - \nu^2)\text{Re } I - 2\nu \text{Im } I]}{1 + \nu^2},$$

$$D_{12} = 1 - \frac{3}{2\delta_F} \frac{[2\nu \text{Re } I + (1 - \nu^2)\text{Im } I]}{\nu(1 + \nu^2)},$$

$$I(p_1, p_2, s) = \int_1^\infty \left\{ \frac{[1 - \bar{p} + (\bar{p} - p_1 p_2)\exp(-sx)]}{1 - p_1 p_2 \exp(-2sx)} (1 - \exp(-sx)) \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^5} \right) \right\} dx,$$

$$s = \delta_F (1 - i\nu), \quad \delta_F = d/\ell, \quad \bar{p} = (p_1 + p_2)/2.$$

Формула (32) представляет собой обобщение на случай, когда d/ℓ имеет произвольное значение. Функция D_{ik} характеризует влияние поверхностного рассеяния на кинетические эффекты. Если поверхностное рассеяние отсутствует ($p_1 = p_2 = 1$), то интеграл обращается в нуль, то есть $I(p_1, p_2, s) = 0$. Пусть $D_{ik} = 1$ и выражение (22) переходит в выражения

$$\sigma_{11} = e^2 n \left\langle \frac{\tau}{m} \frac{1}{1 + \nu^2} \right\rangle, \quad \sigma_{12} = e^2 n \left\langle \frac{\tau}{m} \frac{\nu}{1 + \nu^2} \right\rangle$$

для массивного образца. Такой переход имеет место при $\delta_F = (d/\ell) \rightarrow \infty$, $p_i = 1$ по определению соответствует зеркальному отражению электрона от данной

поверхности, причём отражение происходит без потери импульса, параллельно плоскости плёнки, что равносильно отсутствию поверхностного рассеяния.

8. Явления переноса в плёнках с произвольным законом дисперсии

В дальнейшем будем рассматривать явления переноса в плёнках с произвольным законом дисперсии при различных параметрах толщины плёнки по сравнению с характерными длинами пробега носителей заряда в плёнке.

8.1. Пленки в произвольном магнитном поле

Толщина плёнки и величина магнитного поля даются комплексным параметром $s = \delta_F(1 - i\nu)$. Рассматриваемым случаем соответствует условие $|s| = \delta_F \sqrt{1 + \nu^2} \gg 1$. В этом случае $I(p_1, p_2) = (1 - \bar{p})/4$, который не зависит ни от толщины δ_F ни от ν . Для D_{ik} имеем следующие выражения

$$D_{11} = 1 - \frac{3(1 - \bar{p})}{8\delta_F} \frac{1 - \nu^2}{1 + \nu^2},$$

$$D_{12} = 1 - \frac{3(1 - \bar{p})}{4\delta_F} \frac{1}{1 + \nu^2}.$$

Учитывая эти выражения и подставляя их в (22), для компонент тензора электропроводности, получим:

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^M - \frac{3ne^2}{8}(1 - \bar{p}) \left\langle \frac{\tau}{m} \frac{(2\nu)^{k-i} (1 - \nu^2)^{2i-k}}{\delta_F (1 + \nu^2)^2} \right\rangle, \quad (33)$$

где σ_{ik}^M - компоненты тензора электропроводности в массивном образце.

8.2. Плёнки в слабом магнитном поле

Разлагая в этом случае (33) по степеням $\nu \ll 1$ можно найти явный вид тензора электропроводности. Приведём результат для произвольной изотропной зоны, предполагая, что электронный газ сильно вырожден.

$$\rho_{ih}(H) = \rho_M(H) + \frac{3(1 - \bar{p})}{8\delta_F} \rho_M(0), \quad (34)$$

где $\rho_M(H)$ - сопротивление массивного образца в слабом магнитном поле, то есть $\nu \ll 1$, $\delta_F = d/\ell_F$. При отсутствии магнитного поля из (24) получается следующий результат

$$\frac{\rho_{th}(0)}{\rho_M(0)} = 1 + \frac{3(1-\bar{p})}{8\delta_F}. \quad (35)$$

Отсюда видно, что сопротивление плёнки самое большое значение имеет при диффузном рассеянии электронов проводимости на поверхностях, когда $p_1 = p_2 = 0$. Формула (35) справедлива для толстых плёнок $d \gg \ell_F$ с вырожденным электронным газом. Отношение удельных сопротивлений плёнки и массивного образца даётся формулой

$$\frac{\rho_{th}(0)}{\rho_M(0)} = \left[1 - \frac{3}{2\delta_F} I(p_1, p_2, 0) \right]^{-1}.$$

В тонких пленках ($\delta_F < 0.1$) сопротивление на порядок больше, чем в массивных образцах.

8.3. Отрицательное магнитосопротивление плёнки в сильном магнитном поле

В этом случае ($\nu \gg 1$) формула (33) применима для плёнок почти произвольной толщины ($\delta_F \geq 1$), так как она верна при $|s| \gg 1$, что выполняется, когда $\nu\delta_F \gg 1$. Если подставить (27) в выражение

$$\rho(H) = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

и предположить, что электронный газ полностью вырожден, то для сопротивления вырожденных плёнок получим выражение:

$$\rho_{th}(H) = \rho_M(0) \frac{(1 + \nu^2) D_{11}(\nu, \delta_F)}{D_{11}^2(\nu, \delta_F) + \nu^2 D_{12}^2(\nu, \delta_F)}, \quad (36)$$

где введено обозначение для сопротивления массивного образца без магнитного поля при полном вырождении

$$\rho_M(0) = \frac{m}{e^2 n \tau}.$$

В формуле (36) берутся на границе Ферми. Для теоретического анализа, а также для сопоставления с экспериментом удобным является отношение изменения удельного сопротивления в магнитном поле $\Delta\rho = \rho_{th}(H) - \rho_{th}(0)$ к сопротивлению плёнки без поля $\rho_{th}(0)$. Из формулы (36) получим:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{th}(0)} = \frac{(1+\nu^2)D_{11}(\nu, \delta_F)D_{11}(0, \delta_F)}{D_{11}^2(\nu, \delta_F) + \nu^2 D_{12}^2(\nu, \delta_F)} - 1, \quad (37)$$

где введено сопротивление плёнки без магнитного поля

$$\rho_{th}(0) = \frac{\rho_M(0)}{D_{11}(0, \delta_F)}.$$

Из формулы (37) видно, что при переходе к массивному образцу ($D_{11} = D_{12} = 1$, так как $\delta_F \rightarrow \infty$), магнитосопротивление отсутствует. В случае же плёнки ($D_{11} \neq 1$ и $D_{12} \neq 1$), вообще говоря, $\Delta\rho/\rho_{th}(0)$ отлично от нуля в плёнках с изотропным спектром и при полном вырождении. Этот факт качественно можно объяснить наличием двух групп электронов проводимости в плёнке с различными $\tau(E)$: одна группа электронов, движущихся в плоскости плёнки, имеет $\tau = \tau_{0\delta}$, а другая группа электронов, движущихся поперёк плёнки, характеризуется $\tau = \tau_s = d/v_z$. Это и есть необходимое условие возникновения магнитного сопротивления в проводнике.

В общем случае задача сводится к исследованию правой части уравнения (37) в различных ситуациях по толщине (параметр δ_F) и по влиянию магнитного поля (параметр ν). Для толстых плёнок в произвольном некантованном магнитном поле ($\delta_F \gg 1, \nu$ - любые значения) отношение $\Delta\rho/\rho_{th}(0)$ будет следующим:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{th}(0)} = -\frac{\nu^2}{1+\nu^2} \left(\frac{3(1-\bar{p})}{8\delta_F} \right)^2. \quad (38)$$

В пределе толстых плёнок ($\delta_F \gg 1$) при любом магнитном поле магнитное сопротивление отрицательно. В сильных магнитных полях ($\nu \gg 1$) магнитное сопротивление (38) насыщается и стремится к довольно большому отрицательному значению (см. рис. 2-б).

Отрицательность магнитного сопротивления, по-видимому, можно объяснить следующим образом: когда плёнка толщиной $d < \ell_F$ вносится в магнитное поле, перпендикулярное плоскости плёнки, то число носителей, не достигающих поверхности, растёт, а число электронов, рассеивающихся на поверхности, уменьшается. Так как не достигающие поверхности носители

имеют длину свободного пробега $\ell_F > d$, то сопротивление в магнитном поле становится меньше, чем без него, а электропроводность соответственно больше.

8.4. Тонкие плёнки в слабом магнитном поле

В случае тонких плёнок ($\delta_F \ll 1$) $|s| \gg 1$ не выполняется, а верно неравенство $|s| \ll 1$, если магнитное поле несильное ($\nu \leq 1$). Рассмотрим тонкие плёнки в слабом магнитном поле ($\delta_F \ll 1, \nu \leq 1$) с произвольной изотропной зоной. В этом случае имеем выражение для относительного изменения удельного сопротивления плёнки

$$\rho_{th}(0) = \rho_M(0) \frac{4}{3\delta_F} \frac{1 - p_1 p_2}{(1 + p_1)(1 + p_2)} \frac{1}{(1 - C - \ln \delta_F)}, \quad (39)$$

где $C = 0.5772$ - постоянная Эйлера. Формула (39) в случае тонких плёнок с различными коэффициентами зеркальности поверхностей p_1 и p_2 получена Юречке [1] и при $p_1 = p_2$ переходит в формулу, полученную впервые Чамберсом и Зодгеймером. Как видно из (29) при $\delta_F \ll 1$ сопротивление намного больше, чем в массивных образцах, а теплопроводность во столько же раз меньше. Формула (29) получена в предположении, что p_1 и p_2 намного меньше единицы.

Рассмотренные эффекты относятся к классическим размерным эффектам, когда d сравнима с ℓ , и в этом случае кинетические характеристики существенно зависят от толщины, а длина волны де-Бройля при этом считается намного меньше радиуса циклотронной орбиты, длины свободного пробега, толщины образца, то есть $\lambda \ll r, \ell, d$.

Список изменения параметров на расчётных графиках, изображённых на рис. 2-6. В левой колонке зависимости построены при следующих параметрах толщины плёнки $\delta_F = 0.8; 0.9; 1.0; 1.1; 1.2; 1.4; 1.5$ при этом ν изменяется в пределах от 0 до 8, а на графиках в правой колонке $\delta_F = 2.0; 3.0; 4.0; 5.0; 6.0; 7.0; 8.0$ при этом диапазон изменения ν от 0 до 30. Параметры зеркальности поверхностей полупроводниковых плёнок p_1 и p_2 изменялись следующим образом:

$p_1=0.1, p_2=0.0;$ $p_1=0.2, p_2=0.0,$
 $p_1=0.3, p_2=0.0;$ $p_1=0.4, p_2=0.0,$
 $p_1=0.5, p_2=0.0;$ $p_1=0.6, p_2=0.0,$
 $p_1=0.7, p_2=0.0;$ $p_1=0.7, p_2=0.0,$
 $p_1=0.9, p_2=0.0;$ $p_1=1.0, p_2=0.0,$
 $p_1=0.0, p_2=0.1;$ $p_1=0.0, p_2=0.2,$
 $p_1=0.0, p_2=0.3;$ $p_1=0.0, p_2=0.4,$
 $p_1=0.0, p_2=0.5;$ $p_1=0.0, p_2=0.6,$
 $p_1=0.0, p_2=0.7;$ $p_1=0.0, p_2=0.8,$
 $p_1=0.0, p_2=0.9;$ $p_1=0.0, p_2=1.0,$
 $p_1=1.0, p_2=0.0.$

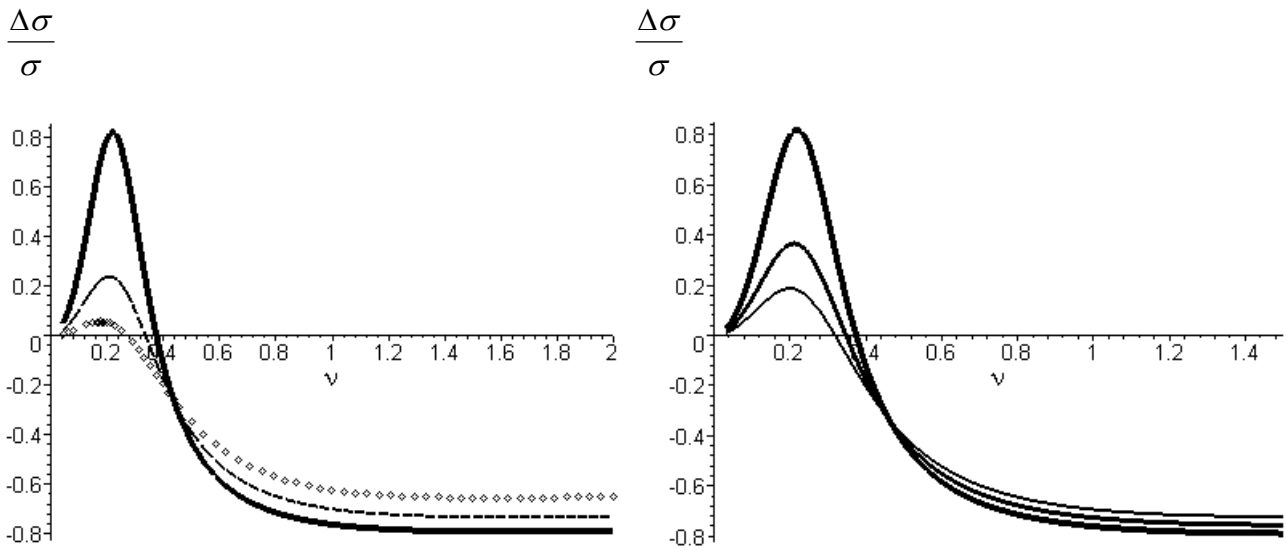


Рис. 1. Зависимость отношения изменения электропроводности в магнитном поле к электропроводности плёнки без поля при различных значениях параметров p_1 и p_2 .

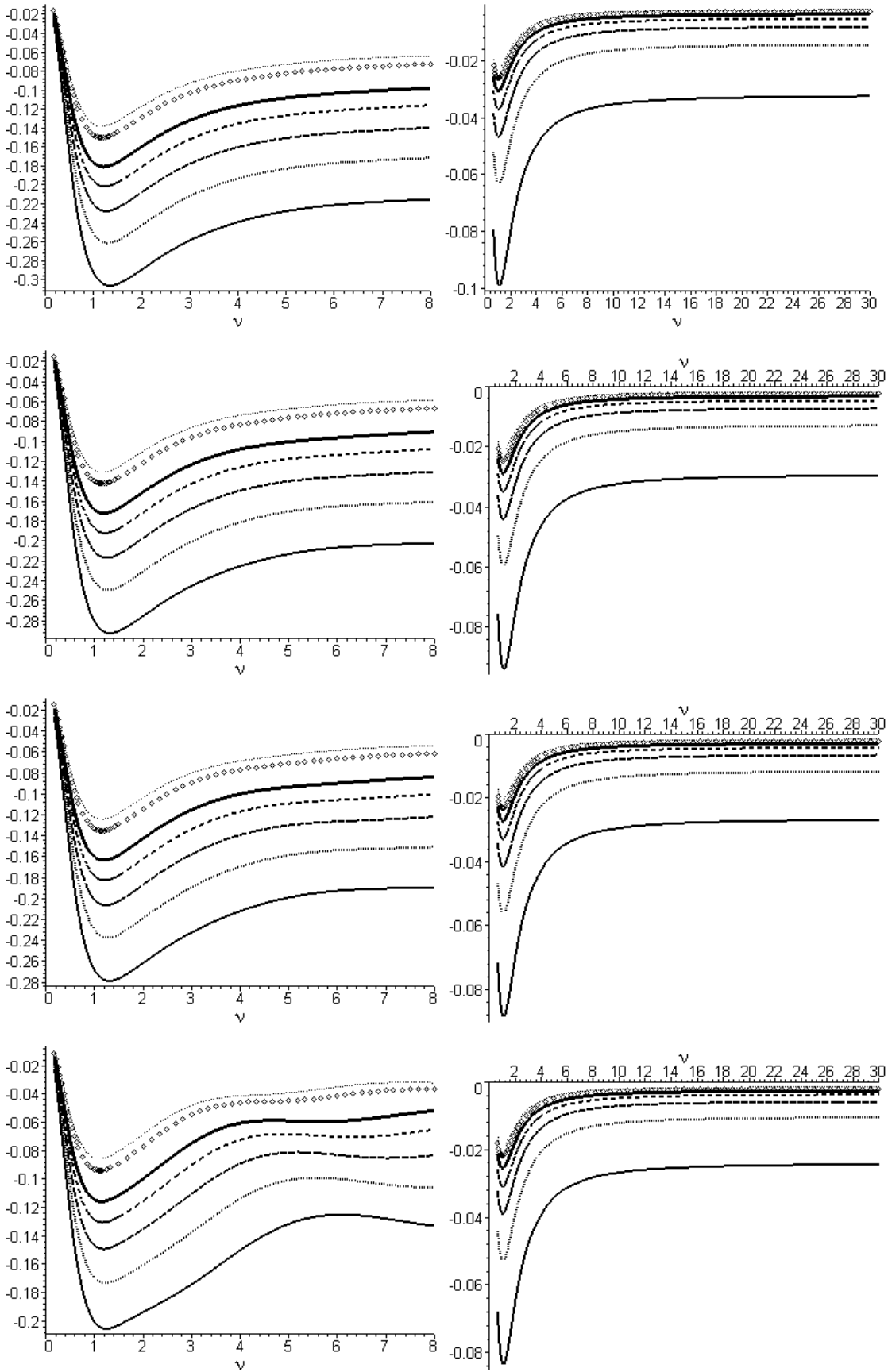


Рис. 2. Зависимость отношения изменения электропроводности в магнитном поле к электропроводности плёнки без поля при различных значениях параметров p_1 и p_2 .

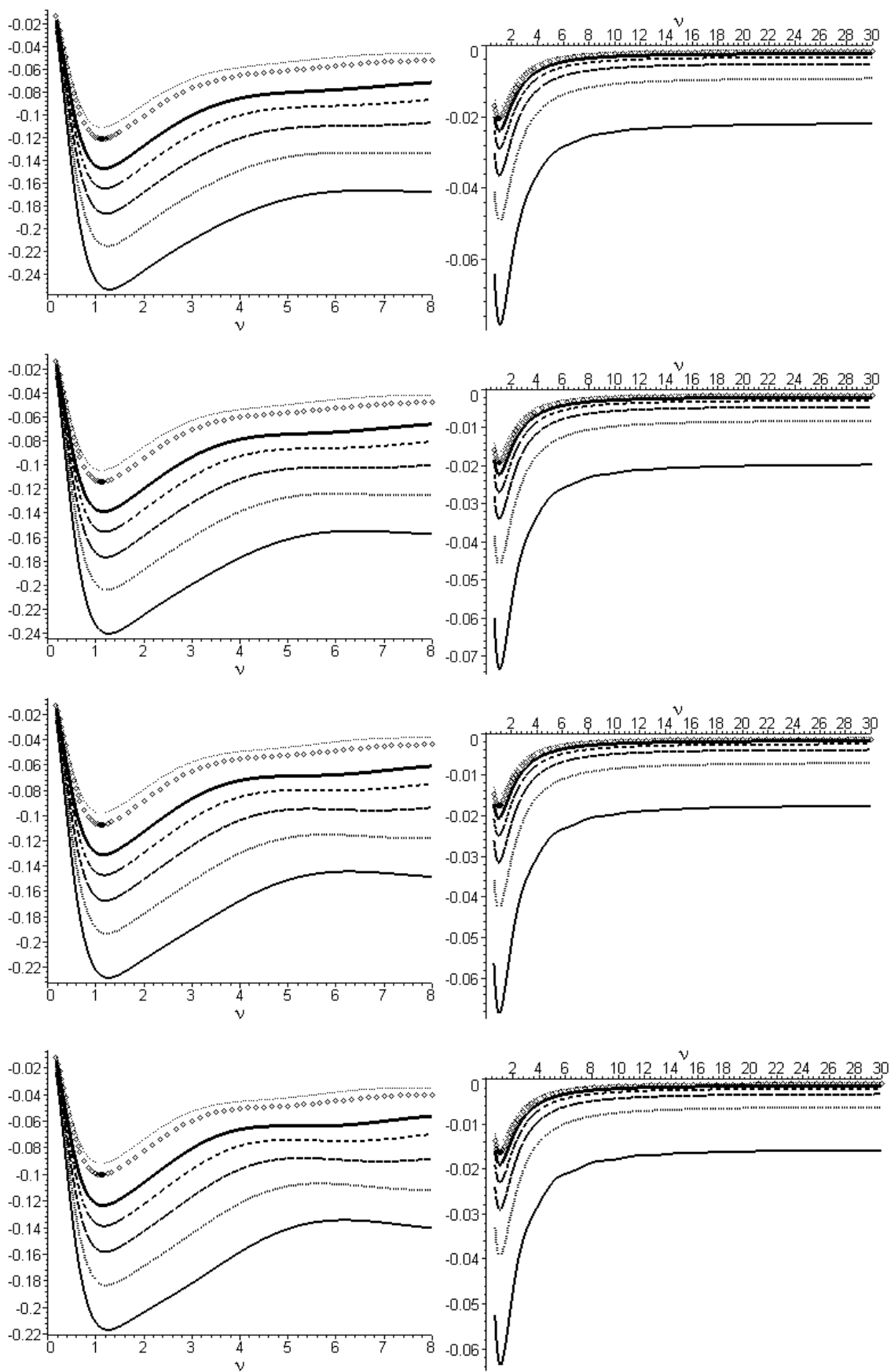


Рис. 3. Зависимость отношения изменения электропроводности в магнитном поле к электропроводности плёнки без поля при различных значениях параметров p_1 и p_2 .

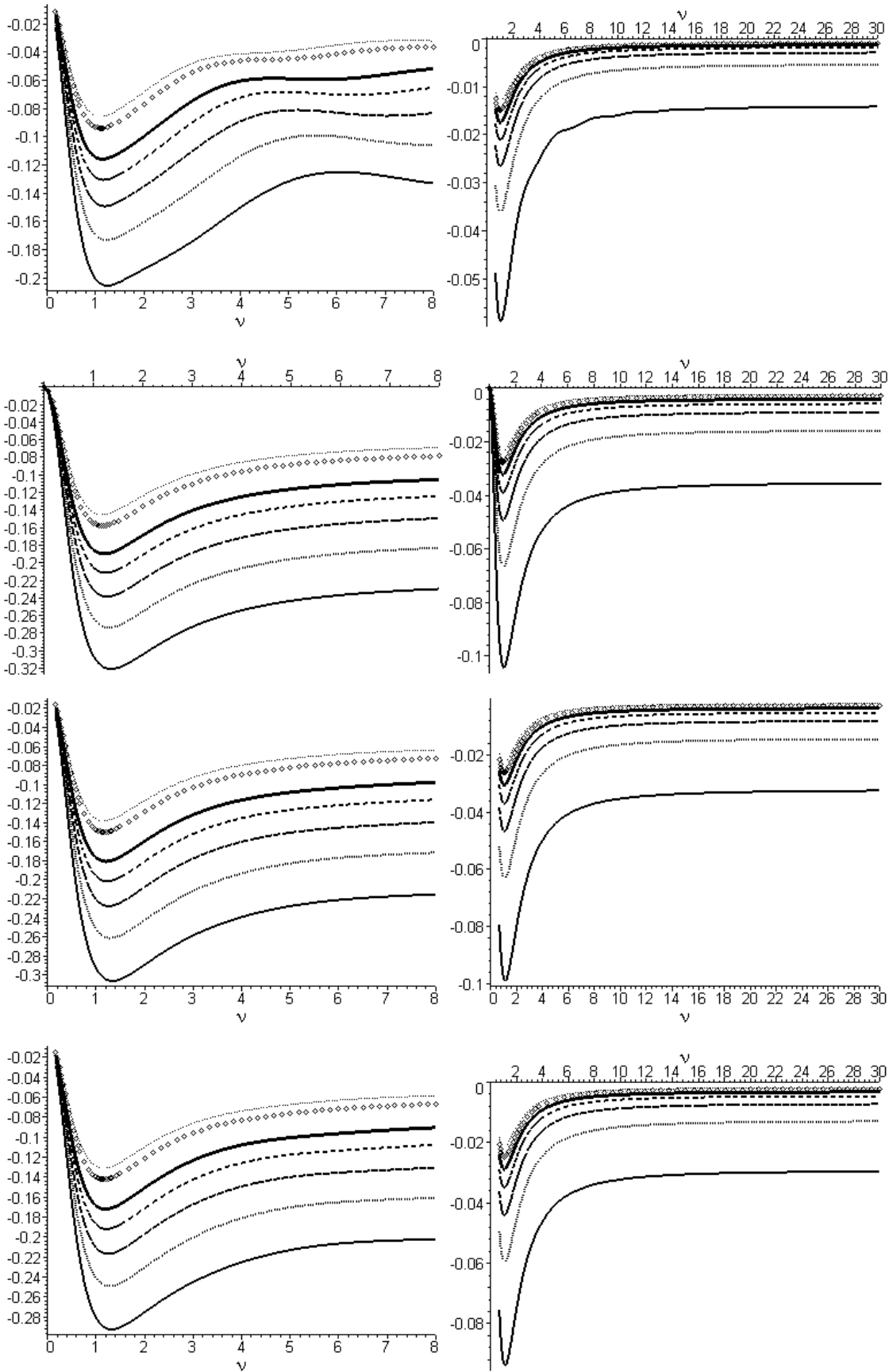


Рис. 4. Зависимость отношения изменения электропроводности в магнитном поле к электропроводности плёнки без поля при различных значениях параметров p_1 и p_2 .

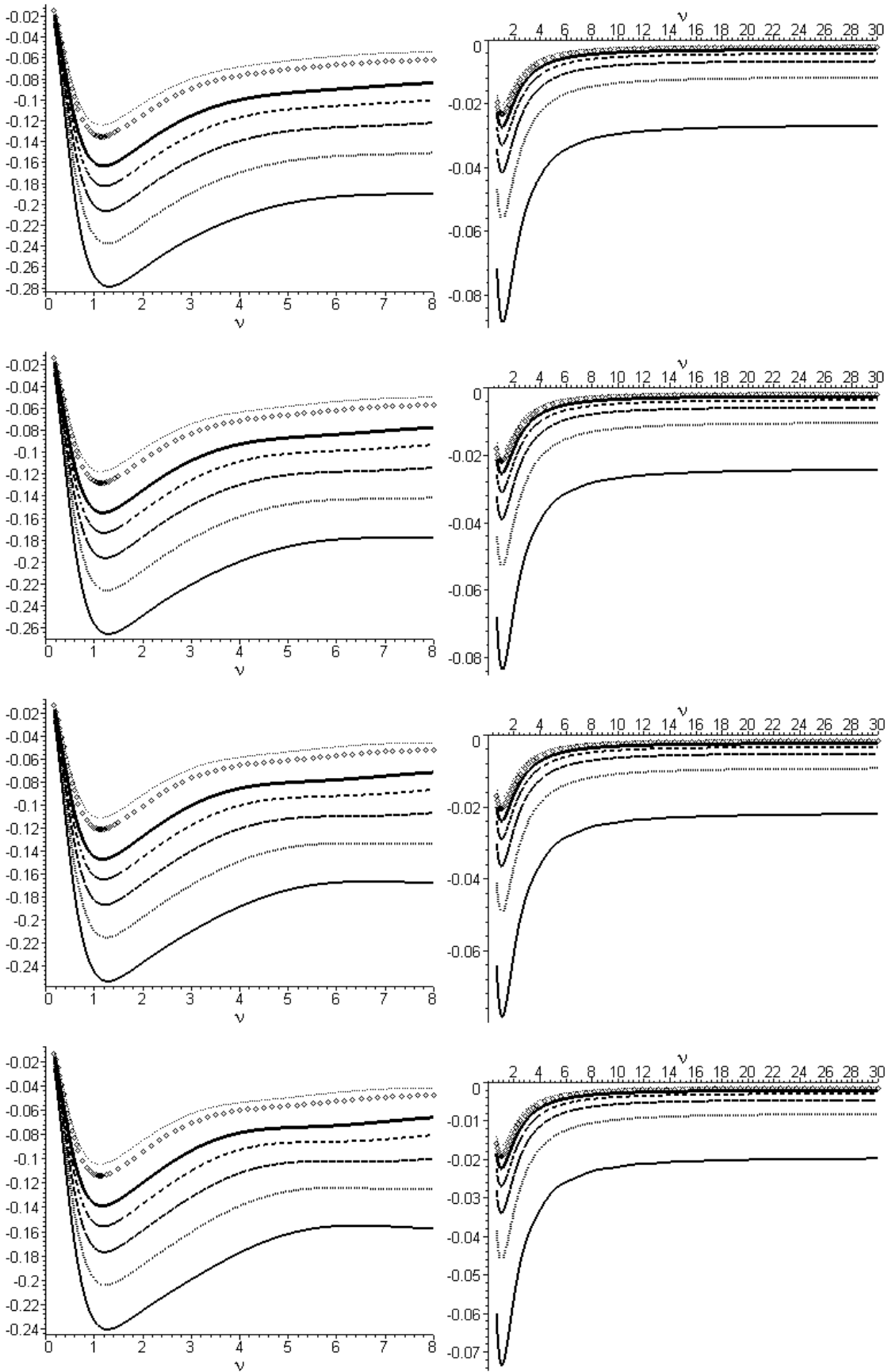


Рис. 5. Зависимость отношения изменения электропроводности в магнитном поле к электропроводности плёнки без поля при различных значениях параметров p_1 и p_2 .

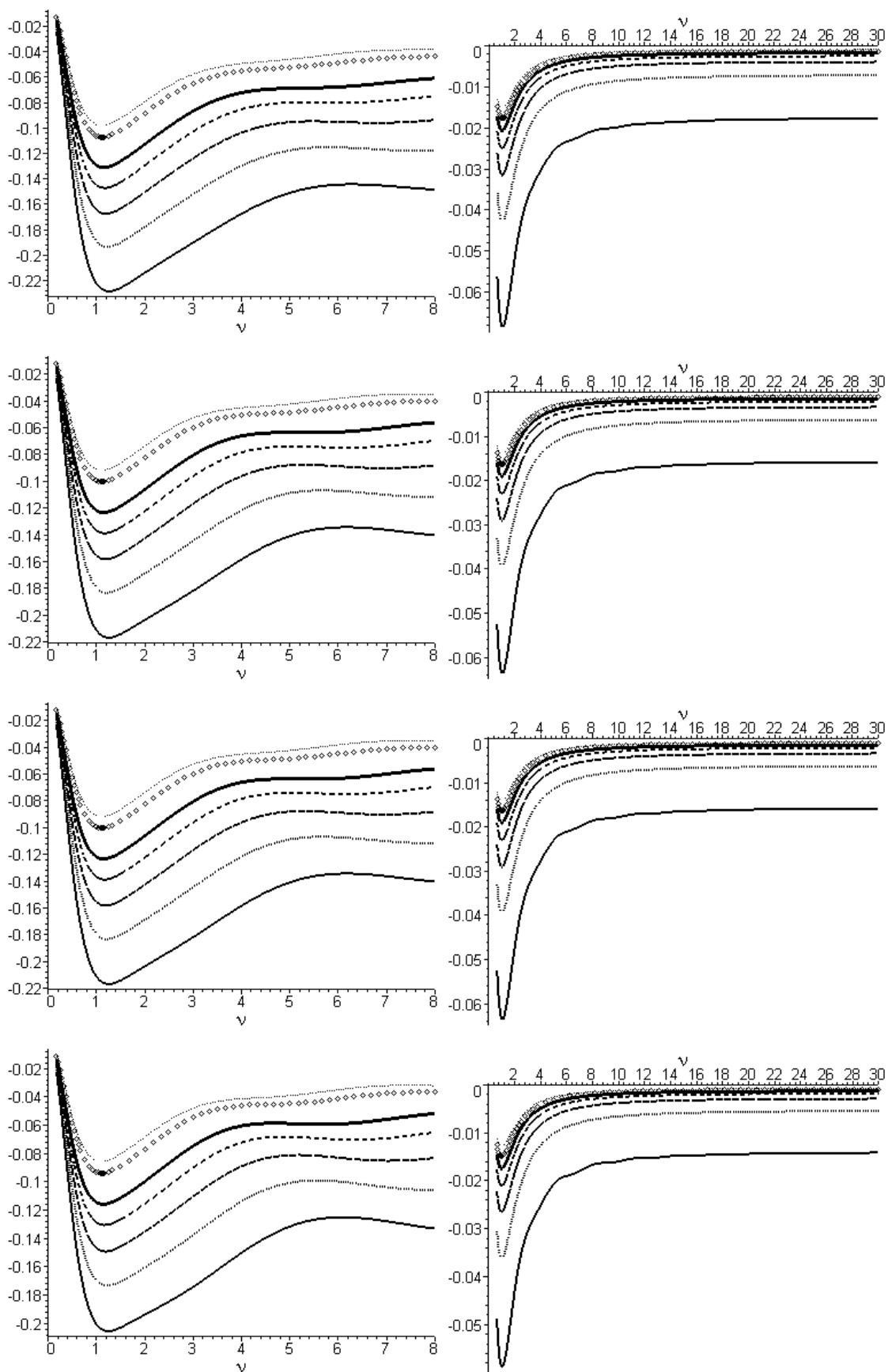


Рис. 6. Зависимость отношения изменения электропроводности в магнитном поле к электропроводности плёнки без поля при различных значениях параметров p_1 и p_2 .

9. Обсуждение результатов

Исследовано явление электропроводности полупроводников в объёмных образцах и в плёнках, находящихся в скрещённых электрическом и магнитном полях. Проведено сравнение классической и квантовой теорий явления электропроводности полупроводников и полупроводниковых плёнок. Показано, что в отличие от массивных образцов, в вырожденных плёнках с изотропным законом дисперсии магнитное сопротивление отлично от нуля и может быть отрицательным. Этот факт может оказаться полезным при создании быстро переключающихся полупроводниковых приборов, работающих в различных полях. Показано существование квантового размерного эффекта в тонких и сверхтонких плёнках. Когда толщина плёнки d порядка длины волны де-Бройля носителей тока, то в этом случае поперечное движение носителей квантуется, и спектр становится частично дискретным, то есть имеет место квантово-размерный эффект. Исследование электропроводности полупроводниковой плёнки в магнитном поле имеет непосредственное отношение к проблеме построения квантового компьютера на плёнках и слоистых структурах в магнитном поле на основе квантового эффекта Холла [15]. Наличие участка отрицательной относительной электропроводности (рис. 1-6) открывает возможность конструирования квантового логического элемента на квантовом размерном эффекте в плёнках и слоистых структурах, а также обеспечит возможность повышения быстродействия при переключении квантового логического элемента.

Список литературы

1. Б. М. Аскеров. Электронные явления переноса в полупроводниках. Москва: Наука, 1985. - 320 с.
2. А. В. Ржанов. Электронные процессы на поверхности полупроводников, Москва: Наука, 1971. - 480 с.
3. В. Л. Бонч-Бруевич, С. Г. Калашников. Физика полупроводников. Москва: Мир, 1977. - 678 с.

4. И. М. Викулин, В. И. Стафеев. Физика полупроводниковых приборов. Москва: Радио и связь, 1990. - 150 с.
5. Квантовый эффект Холла. Сборник статей. (Новости физики твёрдого тела). / Сост. А. Я. Шик и Ю. В. Шмарцев. Москва: Мир, 1986. - 232 с.
6. Е. Н. Бормонтов. Квантовый эффект Холла // Соросовский образовательный журнал, 1999, N. 9. с. 81-88.
7. О. В. Кибис. Квантовый эффект Холла // Соросовский образовательный журнал, 1999, N. 9. с. 89-93.
8. К. Ф. Клитцинг. Квантовый эффект Холла; Нобелевская лекция 1985 г. // Успехи физических наук, 1986, Т. 150, N. 1. с. 107-126.
9. Э. И. Рашба, В. Б. Тимофеев. Квантовый эффект Холла. // Физика и техника полупроводников, 1986, Т. 20, вып. 6. с. 977-1024.
10. Л. В. Карабутов, М. С. Нугупаров. Квантовый эффект Холла в полупроводниках и перспективы его использования в науке и технике. // Итоги науки и техники. Электроника. Москва: ВИНТИ, 1990, Т. 27. с. 135-173.
11. С. М. Чудинов, В. А. Кульбачинский, Дж. Манчини, Б. К. Медведев, Д. Ю. Родичев. Квантовый эффект Холла и g-фактор 2D-электронов в гетероструктурах на основе GaAs. // Физика и техника полупроводников, 1990, Т. 24, вып. 11, с. 1905-1910.
12. И. М. Викулин, М. А. Глауберман, Н. А. Канищева, В. В. Козел. Тиристор, переключаемый магнитным полем. // Физика и техника полупроводников, 1990, Т. 24, вып. 11, с. 1959-1962.
13. Н. И. Добринска, Ц. И. Михайлова, И. Б. Велчев. Датчики Холла (холлотроны) на основе арсенида галлия. // Микроэлектроника, 1991, Т. 20, вып. 2, с. 183-188.
14. Н. И. Солин, Н. М. Чеботаев. Магнитосопротивление и эффект Холла магнитного полупроводника HgCr_2Se_4 в сильных магнитных полях. // Физика твёрдого тела, 1997, Т. 39, N. 5, с. 848-852.

15.К. К. Алтунин. Квантовый компьютер на основе квантового эффекта Холла.

// Актуальные проблемы физической и функциональной электроники, 6-7 декабря 2001 г., Ульяновск, УлГТУ, 2001. с. 11-12.